2. Kurztest

Name: ______________________________

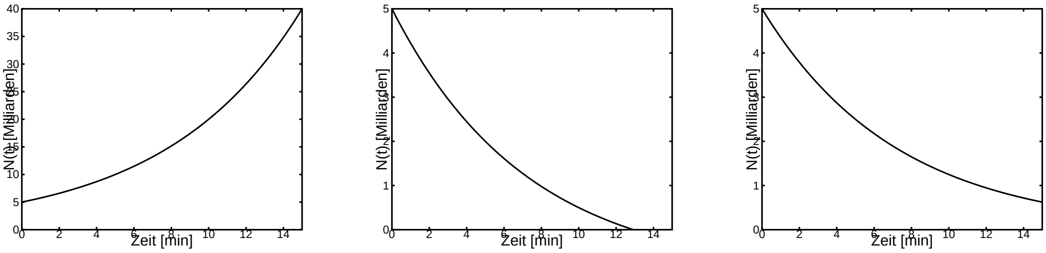
Matrikelnummer: ______________________________

Nehmen Sie an, dass die Anzahl an Bakterien sich in einem Versuch verhält wie:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{\lambda t}$$

t bezeichnet dabei die Zeit seit Versuchsbeginn (rechnen Sie am besten in Minuten), N_0 die Anzahl am Beginn (zu $t = 0$), $N(t)$ die Anzahl zur Zeit t und $\lambda = -0.2\ \text{min}^{-1}$. Es ist bekannt, dass $N_0 = 5 \cdot 10^9$. Nehmen Sie an, dass die Bakterien ein Volumen von $(2\ \mu\text{m})^3$ haben (wir denken sie uns also als Würfel mit Seitenlänge $2\ \mu$m).

1. Welche der folgenden Grafiken könnte den Verlauf von $N(t)$ (gemessen in Milliarden) über die Zeit darstellen? Geben Sie eine kurze Begründung für Ihre Antwort! **1 Punkt**



2. Wie groß ist die Anzahl an Bakterien nach einer Stunde? Welches Volumen haben diese zusammen? Geben Sie Ihre Antwort sinnvoller Weise mit Zehnerpotenzen und/oder Einheitenvorsilben an. **2 Punkte**
3. Wie lange dauert es, bis die Zahl auf $N(t) = 1 \cdot 10^9$ abgesunken ist? **2 Punkte**

Lösung:

1. Da $\lambda < 0$, sollte $N(t)$ eine fallende Funktion sein. Damit scheidet die erste Grafik aus (die allerdings sehr wohl eine Exponentialfunktion ist). Die zweite Funktion ist zwar konvex und fallend, erreicht allerdings schon bei $t = 13$ min den Wert 0. Ein exponentielles Abklingen darf dagegen erst bei "unendlich großen" Zeiten die Null erreichen. Die dritte Grafik stellt die Funktion richtig dar.
2. Sei $t = 1\ \text{h} = 60$ min. Dann ist $\lambda t = -12$. $2^{-12} = \frac{1}{2^{12}} = \frac{1}{4096} \approx 2,44 \cdot 10^{-4}$. Also sind noch

$$N(t) = 5 \cdot 10^9 \cdot 2,44 \cdot 10^{-4} = 12,2 \cdot 10^5 = 1,22 \cdot 10^6$$

Bakterien vorhanden. Das Volumen eines Bakteriums ist wie angegeben $V_0 = (2\ \mu\text{m})^3 = 8\ \mu\text{m}^3 = 8 \cdot 10^{-18}\ \text{m}^3$. Also haben alle Bakterien zusammen ein Volumen von:

$$N(t) \cdot V_0 = 1,22 \cdot 10^6 \cdot 8 \cdot 10^{-18}\ \text{m}^3 = 9,76 \cdot 10^{-12}\ \text{m}^3 = 9,76 \cdot 10^6\ \mu\text{m}^3$$

3. Wir wollen die Gleichung $N(t) = 1 \cdot 10^9$ nach t auflösen. Mit der Definition von $N(t)$ ergibt das:

$$5 \cdot 10^9 \cdot 2^{-0,2t} = 1 \cdot 10^9 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{-0,2t} = \frac{1}{5} \quad \Leftrightarrow \quad -0,2t \cdot \ln 2 = \ln \frac{1}{5} = -\ln 5$$

Also ist $t = \frac{1}{0,2} \frac{\ln 5}{\ln 2} \approx 11,61$ min.