

3. Kurztest

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Verwenden Sie im Folgenden bitte jeweils das SI-System für Einheiten. Diese Größen werden Sie brauchen:

Zeichen	Dimension	Einheit
F	MLT^{-2}	$N = kg\,ms^{-2}$
m	M	kg
v	LT^{-1}	ms^{-1}
r, x	L	m
τ, t	T	s
E	$MLI^{-1}T^{-3}$	$Vm^{-1} = kg\,mA^{-1}s^{-3}$

Geben Sie unbedingt auch jeweils eine Rechnung und/oder kurze Begründung für Ihre Antwort an (besonders bei den ersten beiden Fragen)!

- Sie erinnern sich noch ungefähr an die Formel für die Zentripetalkraft F bei einer Kreisbewegung, aber wissen nicht mehr, bei welcher der Größen m (Masse des bewegten Körpers), v (Geschwindigkeit) und r (Radius der Kreisbahn) das Quadrat steht. Finden Sie die richtige Formel, indem Sie die drei Möglichkeiten auf ihre Dimensionen hin untersuchen; nur eine ist überhaupt möglich.

1 Punkt

$$\text{a) } F = \frac{m^2v}{r} \quad \text{b) } F = \frac{mv^2}{r} \quad \text{c) } F = \frac{mv}{r^2}$$

- Welche der beiden Größen ist dimensionslos, welche nicht? G ist die Gravitationskonstante (mit Dimension $M^{-1}L^3T^{-2}$), τ die Umlaufzeit eines Planeten im Sonnensystem, r die Länge seiner großen Bahnhalbachse und m die Masse der Sonne. Tipp: Finden Sie heraus, bei welcher der Formeln sich gerade die Dimensionen Masse, Länge und Zeit aus der Gravitationskonstante "wegkürzen".

1 Punkt

$$\text{a) } Gm^2\tau r^{-2} \quad \text{b) } Gm\tau^2 r^{-3}$$

- Das elektrische Feld einer (eindimensionalen) Lichtwelle kann durch die folgende Gleichung beschrieben werden. Dabei ist $E(x, t)$ das Feld zur Zeit t und mit Abstand x vom Ursprung, A die Amplitude, ω die Kreisfrequenz, k der Wellenvektor und δ die Phasenverschiebung. Bestimmen Sie die Dimensionen und Einheiten der Größen A , ω , k und δ , so dass die Gleichung dimensionsmäßig stimmt!

3 Punkte

$$E(x, t) = Ae^{\omega t + kx - \delta}$$

Lösung:

- Die linke Seite der Gleichung (Zentripetalkraft F) hat die Dimension einer Kraft, nämlich MLT^{-2} . Die Dimension Zeit kommt in der rechten Seite jeweils nur in der Variablen v vor; deshalb ist leicht zu sehen, dass das Quadrat bei v sein muss, da sonst T^{-2} nicht erreicht wird — also ist b) richtig. Oder man kann natürlich auch explizit die Dimensionen der rechten Seiten bestimmen, dann ergibt sich ebenfalls, dass gerade bei b) die Dimension einer Kraft heraus kommt.

2. Die Variablen m , τ und r haben gerade die “einfachen” Dimensionen Masse, Zeit und Länge. Deshalb müssen deren Potenzen genau diese Dimensionen in G “aufheben”. Folglich ist b) richtig, da sich dort als gesamte Dimension 1 ergibt. Die Dimension der Größe in a) ist dagegen $MT^{-1}L$, also nicht dimensionslos.
3. Zuerst eine kleine Anmerkung: Wegen eines Tippfehlers ist die angegebene Formel eigentlich nicht richtig; aber das ändert an der Aufgabe natürlich nichts.
Das Ergebnis der Exponentialfunktion ist dimensionslos (Regel für Funktionen), daher ist die Dimension der rechten Seite gerade die Dimension von A — diese muss gleich der Dimension der linken Seite sein, also gilt $[A] = [E] = MLI^{-1}T^{-3}$ und die Einheit ist Vm^{-1} . Da auch das Argument der Exponentialfunktion dimensionslos sein muss, muss das ebenso (nach der Regel für Summen) für jeden der drei Summanden gelten. Folglich ist δ dimensionslos, $[\omega] = T^{-1}$ (Einheit $s^{-1} = \text{Hz}$) und $[k] = L^{-1}$ mit Einheit m^{-1} .